



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Numerical Simulation of the dynamic-control model of technological pedagogical content knowledge based on artificial intelligence

M. Ebadi

Department of Mathematics Education, University of Farhangian, Tehran, Iran

ABSTRACT

Received: 25 January 2025
Reviewed: 17 March 2025
Revised: 28 April 2025
Accepted: 14 June 2025

KEYWORDS:

AI-TPACK
Technology
Education
Control Problems
Dynamical Modeling

* Corresponding author

m.ebadi@cfu.ac.ir

☎ (+9821) 87751000

Background and Objectives: Teacher professional development in a world based on artificial intelligence, alongside other modern technologies, is among the most critical and pivotal topics in education. Artificial Intelligence-based Technological Pedagogical Content Knowledge (AI-TPACK) has recently become a focus of research for scholars in the field of teacher education. Examining the interplay between the components of AI-TPACK holds significant importance. This paper presented a dynamic control model for AI-TPACK, where a control function is applied to teachers' knowledge of technology and artificial intelligence to analyze the mutual effects on other components. This model is expected to play a key role in guiding policymakers in making informed decisions regarding teacher professional development.

Methods: This research was an applied and developmental study focused on the design and simulation of a dynamic-control model (AI-TPACK). In this context, a model based on relevant data was first used from a reputable article to serve as the foundation for the model design. Subsequently, using a numerical simulation method, the designed model was analyzed, and its performance under various conditions was examined. This process involved several stages, including defining key variables, establishing relationships among them, and executing simulations to assess the model's effectiveness in achieving educational and technological objectives.

Findings: The analysis of the designed dynamic model by using MATLAB indicated that the existence of solutions for the model emphasized the accuracy of the coefficients used in the state equations, which were derived from empirical data. To solve the model, two control functions were employed to manage the variable of teachers' technological knowledge based on artificial intelligence. Additionally, the mutual influence of AI-based components on technological pedagogical content knowledge was determined through numerical solutions of the model. Detailed graphs related to each variable over time were presented.

Conclusion: Artificial intelligence, through its unique capabilities, can enhance the optimized and controlled development of AI-based technological pedagogical content knowledge (AI-TPACK) for teachers. A precise examination of teachers' professional competencies in the age of artificial intelligence requires the design of a dynamic control model and the analysis of its behavior using advanced methods with higher accuracy. This research proposes a dynamic control model for analyzing and regulating the components of AI-based technological pedagogical content knowledge, grounded in factors related to technology and artificial intelligence. Employing a logistic control function in two distinct scenarios to examine the model's dynamic behavior can be utilized to determine the level of investment in the application of artificial intelligence and to evaluate its effectiveness on other components of teachers' AI-TPACK. This model, in essence, also facilitates the advancement of interdisciplinary studies in teacher.



COPYRIGHTS

© 2025 The Author(s). This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)

(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)



NUMBER OF REFERENCES
38



NUMBER OF FIGURES
6



NUMBER OF TABLES
2

مقاله پژوهشی

شبیه‌سازی عددی مدل دینامیکی-کنترلی دانش محتوایی تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی

موسی عبادی

گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران

چکیده

پیشینه و اهداف: توسعه حرفه‌ای معلمان در دنیای مبتنی بر هوش مصنوعی در کنار دیگر فناوری‌های نوین از مباحث بسیار مهم و کلیدی در آموزش است. دانش محتوایی پداگوژیکی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی (AI-TPACK) امروزه مورد پژوهش پژوهشگران حوزه آموزش معلمان بوده است. بررسی تأثیر متقابل مؤلفه‌های دانش AI-TPACK از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله یک مدل دینامیکی کنترلی برای AI-TPACK ارائه شد و با اعمال یک تابع کنترل بر دانش فناوری و هوش مصنوعی معلمان تغییرات دیگر مؤلفه‌ها بر هم بررسی شد. این مدل در تصمیم‌گیری سیاست‌گذاران توسعه حرفه‌ای معلمان مورد توجه و استفاده قرار خواهد گرفت.

روش‌ها: این پژوهش از نوع تحقیق کاربردی و توسعه‌ای است که در سال ۱۴۰۴ انجام گرفت و به طراحی و شبیه‌سازی یک مدل دینامیکی-کنترلی برای دانش محتوایی تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی پرداخت. در این راستا، ابتدا داده‌های مرتبط از یک مقاله معتبر استخراج و تحلیل شد و مبنای طراحی مدل قرار گرفت. سپس با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی عددی، مدل طراحی‌شده تجزیه و تحلیل انجام و عملکرد آن در شرایط مختلف بررسی شد. این فرآیند شامل مراحل مختلفی از جمله تعریف متغیرهای کلیدی، تعیین روابط بین آن‌ها و اجرای شبیه‌سازی برای ارزیابی کارایی مدل در دستیابی به اهداف آموزشی و فناورانه بود.

یافته‌ها: تجزیه و تحلیل مدل دینامیکی طراحی شده با نرم‌افزار متلب نشان داد که به دلیل وجود جواب برای مدل، ضرایب به کار رفته در معادلات حالت که براساس داده‌های تجربی به دست آمده بود، بر صحت مدل تأکید داشت. برای حل مدل، از یک تابع کنترل برای مدیریت متغیر دانش فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی معلمان استفاده شد. همچنین، تأثیر متقابل مؤلفه‌های مبتنی بر هوش مصنوعی بر دانش محتوایی تربیتی فناورانه از طریق حل عددی مدل مشخص شد. نمودارهای مربوط به هر متغیر در طول زمان به تفصیل ارائه شد. این پژوهش نشان داد که برای توسعه صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان، توجه ویژه به متغیرهای کلیدی شناسایی شده ضروری است، که خود می‌تواند به بهبود کیفیت آموزش و یادگیری در زمینه فناوری‌های نوین کمک کند.

نتیجه‌گیری: هوش مصنوعی از طریق قابلیت‌های منحصر به فردی که دارد می‌تواند توسعه بهینه و کنترل شده دانش محتوایی تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی معلمان را بهبود بخشد. بررسی دقیق صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان در عصر هوش مصنوعی، نیازمند طراحی مدل دینامیکی کنترلی و تجزیه و تحلیل رفتار مدل براساس روش‌های نوین با دقت بیشتر است. این پژوهش یک مدل دینامیکی کنترلی برای تجزیه و تحلیل و کنترل مؤلفه‌های دانش محتوایی-تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی براساس مؤلفه‌های مرتبط با فناوری و هوش مصنوعی ارائه داد. استفاده از یک تابع کنترل لجستیکی در دو حالت مختلف جهت بررسی رفتار دینامیکی مدل می‌تواند در تعیین میزان سرمایه‌گذاری در کاربست هوش مصنوعی و تعیین میزان اثربخشی آن بر سایر مؤلفه‌های AI-TPACK معلمان مورد استفاده قرار گیرد. این مدل در حقیقت توسعه مطالعات میان رشته‌ای در آموزش معلمان را نیز ممکن می‌سازد.

تاریخ دریافت: ۰۶ بهمن ۱۴۰۳
تاریخ داوری: ۲۷ اسفند ۱۴۰۳
تاریخ اصلاح: ۰۸ اردیبهشت ۱۴۰۴
تاریخ پذیرش: ۲۴ خرداد ۱۴۰۴

واژگان کلیدی:

AI-TPACK
فناوری
آموزش
مساله کنترل
مدل دینامیکی

نویسنده مسئول

m.ebadi@cfu.ac.ir
۰۲۱-۸۷۷۵۱۰۰۰ (۱)

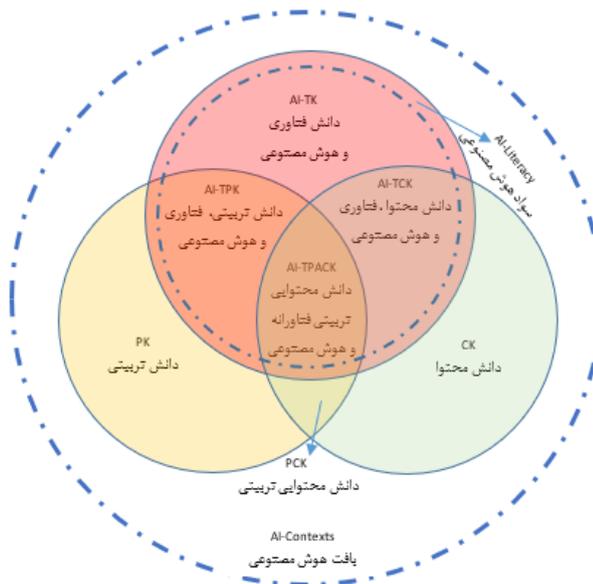
مقدمه

که سطح شایستگی دیجیتال افراد را براساس مهارت‌های اثبات‌شده آن‌ها ارزیابی کنیم. آنچه که امروز بیش از هر زمان توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده است؛ نحوه تلفیق بهینه دانش تخصصی یا محتوایی با دانش آموزش و تربیتی در کنار فناوری‌های نوین توسط معلمان است. محققان سعی کردند تا ارتباط میان دانش فناوری، دانش آموزشی و تربیتی و دانش محتوایی تخصصی را مورد بررسی قرار دهند. این ایده، مشابه مدل دانش آموزش محتوایی (Pedagogical Content Knowledge (PCK)) بود که پیش‌تر توسط شولمن معرفی شده بود [۹]. در بنیاد تدریس مؤثر با استفاده از فناوری، سه مؤلفه اساسی وجود دارد: محتوا، روش‌های آموزشی و فناوری، به‌علاوه ارتباطات میان و بین این مؤلفه‌ها. تعاملات میان این سه عنصر، که در زمینه‌های مختلف به شیوه‌های متفاوتی ظهور می‌کنند، دلیل تنوع گسترده‌ای است که در میزان و کیفیت ادغام فناوری‌های آموزشی مشاهده می‌شود. این سه پایه دانش (محتوا، روش‌های آموزشی و فناوری) هسته اصلی چارچوب دانش فناوری، پداگوژی و محتوا را شکل می‌دهند. در واقع، دانش محتوایی تربیتی فناورانه که از ترکیب سه دانش محتوایی تخصصی، تربیتی و فناوری حاصل می‌شود (Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) [۱۰]). چهار چوب تلفیق دانش آموزش محتوا با فناوری در شکل ۱ آمده است که شامل شش مؤلفه دانش محتوا (Content Knowledge (CK))، دانش تربیتی (Pedagogical Knowledge (PK))، دانش فناوری (Technological Knowledge (TK))، دانش آموزش محتوا (Pedagogical Content Knowledge (PCK))، دانش محتوا و فناوری (Technological Pedagogical Content Knowledge (TCK)) و دانش تربیتی و فناوری (Technological Pedagogical Knowledge (TPK) [۱۱]). رشد سریع فناوری به‌ویژه در حوزه آموزش پژوهشگران را برآن داشته است که این مدل را به‌صورتی به‌روزرسانی کنند که نیازهای اساسی معلمان را پاسخگو باشد. از جمله فناوری‌های جدید که دانش محتوایی- تربیتی فناورانه معلمان را تحت تأثیر قرار داده است، هوش مصنوعی (AI: Artificial Intelligence) است. هوش مصنوعی روش‌های تدریس و یادگیری، و تلفیق آن با فناوری و دانش محتوایی را آن‌چنان تحت تأثیر خود قرار داده است که همه مؤلفه‌های دانش محتوایی- تربیتی فناورانه می‌بایست مبتنی بر هوش مصنوعی بازتعریف شوند [۱۲]. به‌عنوان مثال، هوش مصنوعی به‌طور چشمگیری نحوه پیاده‌سازی روش‌های آموزشی را تغییر داده است [۱۳]. ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی فرصت‌های نوینی را برای یادگیری و تدریس فراهم می‌کنند. به‌عنوان یک فرصت امیدوارکننده، این ابزارها می‌توانند به ایجاد رویکردی متمرکز بر یادگیرنده کمک کنند [۱۴]. این رویکردها اغلب با تجربیات یادگیری فردی مبتنی بر هوش مصنوعی ظاهر می‌شوند و بر این اساس، با کمک هوش مصنوعی می‌توان نیازهای شناختی و عاطفی یادگیرندگان را شناسایی کرد [۱۵]. در پاسخ به این

آموزش و پرورش همواره تحت تأثیر رویکردهای معرفت‌شناختی و نظریه‌های روان‌شناختی قرار داشته است. نظریه‌های یادگیری، چارچوبی علمی و منسجم ارائه می‌دهند که به درک فرآیندهای کسب، پردازش، ذخیره‌سازی و فراموشی دانش در جریان یادگیری کمک می‌کند. سه رویکرد رفتارگرایی، شناخت‌گرایی و ساختن‌گرایی آموزش و پرورش را در قرن بیستم تحت تأثیر خود قرار داده است [۱]. [۲]. [۳]. برخی صاحب‌نظران اذعان دارند که در عصر فناوری‌های نوین نظریه‌های قدیمی قادر به تبیین یادگیری و آموزش نیستند و لازم است نظریه‌های جدیدی در حوزه آموزش و یادگیری تدوین شود [۲]. از جمله نظریه‌های جدید یادگیری در عصر دیجیتال، نظریه ارتباط‌گرایی است که شیوه جدیدی برای مفهوم‌سازی یادگیری ارائه می‌دهد. براساس این نظریه، یادگیری و دانش بین رسانه‌ها و محیط‌های مختلفی توزیع شده و یادگیری معادل برقرار کردن ارتباط و ایجاد کردن یک شبکه است [۴]. لذا، یادگیری در عصر دیجیتال بدون در نظر گرفتن نظریه‌های جدید یادگیری مشکلات عدیده خود را به همراه دارد. یادگیرندگان نسل حاضر با فناوری‌های نوینی روبرو هستند که سبک یادگیری و روش‌های کسب مهارت و دانش آنان را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۵]. در کنار آن، کاربست فناوری اطلاعات و ارتباطات در فضای آموزشی، گسترش شایستگی‌های دیجیتال و مبتنی بر فناوری معلمان را موجب شده است. توسعه شایستگی‌های تدریس در زمینه دیجیتال همچنان یکی از چالش‌های پیش روی سیستم آموزشی است. در شرایط دیجیتالی که امروزه با آن مواجه هستیم، جامعه انتظار دارد که معلمان مهارت‌های دیجیتال کافی داشته باشند تا بتوانند این مهارت‌ها را با دانش‌آموزان در هر سنی و در هر مرحله آموزشی به اشتراک بگذارند. به‌ویژه، دانش‌آموزان در مرحله یادگیری مادام‌العمر از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند؛ زیرا آن‌ها بزرگسالانی هستند که از سنین پایین با فناوری‌های مدرن آشنا نشده‌اند و به همین دلیل، ورود آن‌ها به دنیای دیجیتال چالش‌برانگیزتر است. بنابراین، ضروری است که مؤسسات آموزشی به تقویت شایستگی‌های تدریس دیجیتال توجه ویژه‌ای داشته باشند و این کار را از طریق بهبود آموزش‌های مداوم برای معلمان و ارتقاء آموزش‌های اولیه برای معلمان آینده انجام دهند. توجه به این موضوع بسیار مهم است؛ چرا که تنها با این رویکرد می‌توان به تغییرات واقعی در فرآیند تدریس و یادگیری دست یافت [۶]. اهمیت این شایستگی‌ها بر کسی پوشیده نیست؛ اما بررسی میزان شایستگی دیجیتال معلمان در چنین شرایطی از موضوعات مهم برای سیاست‌گذاران توسعه حرفه‌ای معلمان است. برای اندازه‌گیری سطح سواد دیجیتال افراد، نهادهای مختلف اقدام به ایجاد چارچوب‌های اندازه‌گیری کرده‌اند تا بتوانند سطح سواد دیجیتال هر فرد را تعیین کنند. از جمله مهم‌ترین این چارچوب‌ها می‌توان به چارچوب مشترک شایستگی دیجیتال معلمان در اسپانیا [۷]، چارچوب اروپایی شایستگی دیجیتال برای مربیان [۸] و مانند آن اشاره کرد. در واقع، این فرآیند مشابه با ارزیابی دانش زبانی است و به ما این امکان را می‌دهد

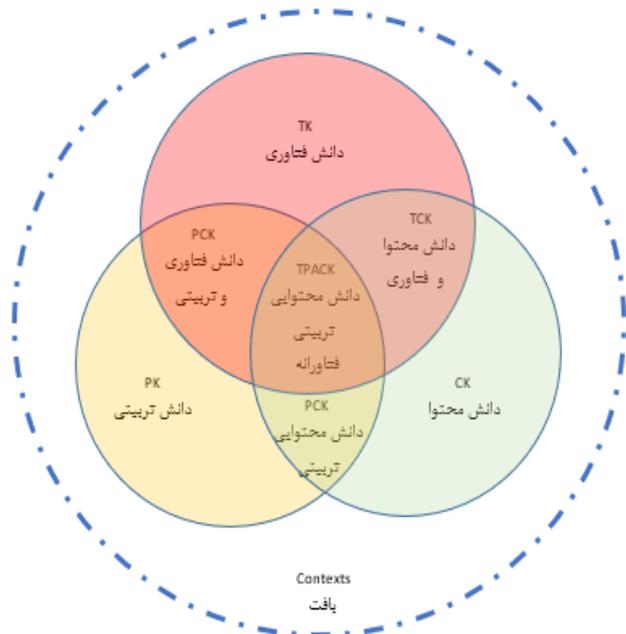
(AI-TPACK) به یک حوزه مهم تحقیق تبدیل می‌شود. این مدل نه تنها عناصر سنتی TPACK را ترکیب می‌کند؛ بلکه فناوری‌های هوش مصنوعی را نیز ادغام می‌کند، که به‌طور بالقوه منجر به شیوه‌های آموزشی مؤثرتر و نوآورانه‌تر می‌شود که با پیشرفت‌های سریع هوش مصنوعی و کاربردهای آن در آموزش همخوانی دارد [۱۷].

لذا، در سال‌های اخیر چارچوب نظری TPACK که نزدیک به دو دهه است مورد استفاده قرار می‌گیرد، همزمان با پیشرفت سریع فناوری اطلاعات، به‌ویژه ظهور هوش مصنوعی پیشرفته، دچار تغییراتی اساسی شده است. این پیشرفت‌های فناوری به‌طور مؤثری جامعه را از عصر اطلاعات به یک دوره جدید مبتنی بر هوش مصنوعی منتقل کرده است [۲۰-۲۱]. نینگ و همکاران [۲۱] یک چارچوب مفهومی دانش محتوایی تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی را مطرح کرده‌اند که در آن دانش فناوری-آموزشی (TPK) به سمت AI-TPK، دانش محتوایی فناوری (TCK) به سمت AI-TCK و در نهایت، TPACK به سمت AI-TPACK تحول یافته است که شامل جنبه‌های شناختی آموزش هوش مصنوعی است و به‌عنوان سواد هوش مصنوعی شناخته می‌شود. براساس این پیش‌فرض، چارچوب نظری جدید AI-TPACK معرفی شده است که در شکل ۲ نشان داده شده است. در جدول ۱ توضیح کامل مربوط به هر سه مؤلفه فوق و AI-TPACK آمده است. مدل‌های مرتبط با AI-TPACK براساس برآوردهای استانداردهای طراحی شده در سال‌های اخیر که مبتنی بر داده‌های تجربی جمع‌آوری شده از بین معلمان و آموزشگران است، از موضوعات مورد پژوهش جدی است. به‌عنوان مثال، می‌توان به مدل ارائه شده در [۱۷] و [۲۰] اشاره کرد که در آنها ضرایب تأثیر متقابل مؤلفه‌های AI-TPACK و در نهایت تأثیر مستقیم یا غیرمستقیم آنها بر AI-TPACK مشخص شده است.



شکل ۲: چارچوب AI-TPACK [۱۷].
Fig. 2. AI-TPACK framework [۱۷].

نیازهاست که بایستی حمایت‌های شخصی‌سازی‌شده برای یادگیرندگان ارائه شود.



شکل ۱: چارچوب TPACK [۱۷].
Fig. ۱. TPACK framework [۱۷].

در فرآیند آموزشی که شامل دانش‌آموزان و معلمان می‌شود، هوش مصنوعی چه در داخل و چه در خارج از محیط مدرسه، به‌عنوان یکی از کارآمدترین ابزارها شناخته می‌شود [۱۶]. ادغام تدریجی فناوری در سیستم آموزشی، نیاز به سواد و توانایی‌های مرتبط با هوش مصنوعی را در دانش‌آموزان افزایش داده است. برای پرورش مهارت‌های ضروری، مدارس باید خود را با تغییرات به سمت یک جامعه دیجیتال وفق دهند تا بتوانند سواد هوش مصنوعی دانش‌آموزان را ارتقا بخشند. برای از بین بردن شکاف میان سیستم‌های آموزشی جدیدی که پاسخ‌گوی نیازهای حال و آینده باشد، لازم و ضروری است که یک چارچوب آموزشی جدید مبتنی بر هوش مصنوعی ارائه شود [۱۷]. پژوهش‌های جدید بر اهمیت حیاتی گنجاندن هوش مصنوعی در روش‌های تدریس تأکید می‌کند تا اطمینان حاصل شود که آموزش در میان پیشرفت‌های سریع فناوری، همچنان پایدار باقی بماند [۱۷-۱۸]. همان‌طور که هوش مصنوعی (AI) به‌طور فزاینده‌ای در شیوه‌های آموزشی ادغام می‌شود، این موضوع یک سؤال مرتبط را در مورد کفایت چارچوب TPACK موجود برای برآورده کردن نیازهای معاصر آموزش و توسعه حرفه‌ای برای مربیان مطرح می‌کند. این امر منجر به کاوش در مورد این که آیا چارچوب TPACK نیاز به تکامل یا ترکیب ابعاد جدید در عصر هوش مصنوعی دارد، می‌شود. ادغام فناوری هوش مصنوعی در چارچوب TPACK به‌طور بالقوه می‌تواند روش‌های آموزشی، محیط‌های یادگیری و سایر جنبه‌های آموزشی را متحول کند [۱۹]. بنابراین، توسعه یک مدل TPACK با هوش مصنوعی

تجزیه و تحلیل روابط بین فناوری، روش‌های آموزشی و محتوای درسی و کنترل بهینه این روابط به یک موضوع فوری، ضروری و پراهمیت پژوهشگران در ساخت یک چارچوب جدید TPACK مبتنی بر عصر هوش مصنوعی تبدیل شده است. در این چارچوب، فناوری به عنوان پویاترین و اثربخش‌ترین عنصر در مقایسه با دانش تربیتی، محتوای درسی و حتی فناوری‌های موجود غیر از هوش مصنوعی شناخته می‌شود. لذا مساله اصلی بررسی میزان کاربست هوش مصنوعی در حوزه آموزش و یادگیری و تلفیق آن با مؤلفه‌های مهم دانش محتوایی- تربیتی فناورانه برای تعیین چارچوب AI-TPACK و نیز تعیین میزان اثربخشی آن بر مؤلفه‌های TPACK است. اما، تعیین میزان اثربخشی متقابل مؤلفه‌های AI-TPACK بر اساس داده‌های آماری کافی نیست؛ بلکه تعیین مقدار بهینه اثربخشی

مؤلفه هوش مصنوعی و فناوری بر سایر مؤلفه‌ها ضروری و از اهمیت بالایی برخوردار است. چرا که کوچکترین غفلت از آن با توجه به ورود سریع و وسیع هوش مصنوعی در حوزه آموزش و یادگیری ممکن است برنامه درسی طراحی شده برای رشته‌های مختلف آموزشی برای معلمان را ناکارآمد سازد. این موضوع نیازمند تجزیه و تحلیل یک مدل دینامیکی کنترلی طراحی شده برای مؤلفه‌های AI-TPACK است. لذا، اهداف پژوهش حاضر شامل دو بخش است:

الف) طراحی یک مدل دینامیکی - کنترلی براساس یک مدل برآورد شده تجربی

ب) شبیه‌سازی عددی آن برای تجزیه و تحلیل تأثیر دانش فناوری و هوش مصنوعی بر AI-TPACK

جدول ۱: شرح عناصر AI-TPACK [۱۷].

Table 1: AI-TPACK Components [17].

مفهوم Concept	مؤلفه‌ها Components
دانشی که توسط مربیان هنگام ارائه آموزش در حوزه‌های موضوعی خاص مانند ریاضیات یا علوم به کار می‌رود [۱۰-۱۱]. Knowledge that is used by educators when delivering instruction in specific subject areas such as mathematics or sciences [10-11].	دانش محتوا CK
دانش مربوط به فرآیند آموزشی، روش‌شناسی و شیوه‌های آموزشی شامل تدوین برنامه‌های آموزشی، انتخاب روش‌های تدریس، استراتژی‌های مدیریت کلاس، ارزیابی رفتار دانش‌آموز و عملکرد تحصیلی و سایر جنبه‌ها است [۱۰-۱۱]. Knowledge that is used by educators when delivering instruction in specific subject areas such as mathematics or sciences [10-11].	دانش تربیتی ، PK
دانش تعامل با ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی و استفاده از عملکردهای اساسی ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی در ارتباط با این مؤلفه است. هدف این مؤلفه اندازه‌گیری سطح آشنایی معلمان با ظرفیت‌های فنی ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی است [۱۷]. Knowledge of interacting with AI-based tools and using the fundamental functionalities of these tools in relation to this component. The aim of this component is to measure teachers' familiarity with the technical capabilities of AI-based tools [17].	دانش فناوری و هوش مصنوعی، AI-TK
دانش آموزش محتوا تخصصی با در نظر گرفتن روانشناسی آموزش و یادگیری است [۱۰-۱۱]. Knowledge of teaching specialized content, considering the psychology of teaching and learning [10-11].	دانش محتوایی تربیتی ، PCK
دانش مبتنی بر هوش مصنوعی در زمینه موضوعات تخصصی تمرکز دارد. این مؤلفه بیان می‌کند که معلمان تا چه حد از ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی برای به‌روزرسانی دانش محتوای تخصصی خود استفاده می‌کنند. همچنین به درک معلمان از فناوری‌های خاصی می‌پردازد که برای پرداختن به یادگیری موضوعی در رشته خود مناسب‌تر هستند [۱۷]. AI-based knowledge focuses on specialized subject areas. This component indicates the extent to which teachers use AI-based tools to update their specialized content knowledge. It also addresses teachers' understanding of specific technologies that are more suitable for addressing subject-specific learning in their field [17].	دانش فناوری، محتوا و هوش مصنوعی، AI-TCK
دانش توانایی‌های آموزشی ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی مانند بازخورد شخصی و به‌موقع و نظارت بر یادگیری دانش‌آموزان می‌پردازد. همچنین، درک معلمان از هشدار (یا اطلاع‌رسانی) و تفسیر پیام‌ها از ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی را اندازه‌گیری می‌کند [۱۷]. Knowledge of the educational capabilities of AI-based tools, such as providing timely and personalized feedback and monitoring student learning. Additionally, it measures teachers' understanding of alerts (or notifications) and the interpretation of messages from AI-based tools [17].	دانش فناوری، تربیتی و هوش مصنوعی، AI-TPK
AI-TPACK شامل دانش خاص مربوط به ادغام فناوری‌های هوش مصنوعی در آموزش‌های موضوعی خاص است. این دانش شامل ظرفیت بیان مفاهیم موضوعی با استفاده از فناوری‌های هوش مصنوعی، استفاده خلاقانه از مهارت‌های آموزشی در تدریس با این ابزار، استفاده از هوش مصنوعی برای پرداختن به چالش‌هایی است که دانش‌آموزان در طول یادگیری مفهومی با آن‌ها مواجه می‌شوند، و استفاده از کاربرد آن برای توسعه معرفت‌شناسی‌های جدید یا تقویت معرفت‌شناسی‌های موجود براساس میانی پایه‌گذاری شده باشد [۱۷]. AI-TPACK includes knowledge specific to the integration of AI technologies in specific subject teachings. This knowledge encompasses the capacity to express subject concepts using AI technologies, the creative use of teaching skills while using these tools, the utilization of AI to address challenges that students face during conceptual learning, and the application of AI to develop new epistemologies or strengthen existing epistemologies based on foundational principles [17].	دانش محتوایی تربیتی فناورانه و هوش مصنوعی، AI-TPACK

روش‌شناسی و مدل‌سازی

نهایی بوده و در همان حد باقی مانده است. تحلیل حساسیت این مدل‌ها و بررسی رفتار دینامیکی آن و استفاده از یک تابع کنترل نیازمند طراحی مدل دینامیکی-کنترلی است. در این زمینه می‌توان به نمونه‌های موجود کنترل بهینه در حوزه آموزش اشاره کرد [۲۶]. در زمینه مدل‌سازی برای طراحی مسائل کنترل بهینه در حوزه آموزش، سلامت و مسائل اجتماعی، تحقیقات زیادی انجام شده و این موضوع مورد توجه پژوهشگران است. این مدل‌ها به شناسایی بهترین استراتژی‌ها برای ارتقاء سلامت و آموزش در جوامع کمک می‌کنند [۲۶]، [۲۷]، [۲۸]، [۲۹].

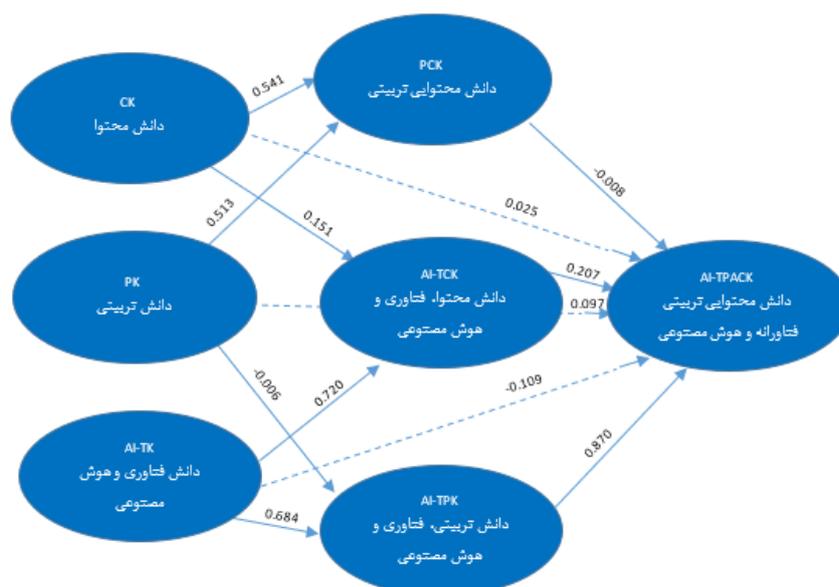
از بین مؤلفه‌های هفت‌گانه AI-TPACK سه مؤلفه شامل فناوری و هوش مصنوعی اند که عبارتند از: AI-TK، AI-TCK، و AI-TPK. با توجه به نتایج پژوهش انجام گرفته توسط نینگ (Ning) و همکاران [۱۷] مدل زیر مبتنی بر داده‌های تجربی برای تعیین اثربخشی مؤلفه‌های شش‌گانه مطابق شکل ۳ به صورت مستقیم و غیرمستقیم بر AI-TPACK به دست آمده است.

پژوهش حاضر از نوع تحقیق کاربردی و توسعه‌ای است. با توجه به مدل‌های طراحی شده موجود در ادبیات پژوهش، به طراحی یک مدل دینامیکی-کنترلی برای دانش محتوایی-تربیتی فناوریانه مبتنی بر هوش مصنوعی یعنی AI-TPACK خواهیم پرداخت. مدل TPACK، که از نظریه دانش محتوایی تربیتی (PCK) توسعه یافته است، به عنوان یک چارچوب اساسی برای درک و بررسی دانش معلمان در زمینه ادغام مؤثر فناوری دیجیتال در تدریس و یادگیری به رسمیت شناخته شده است [۲۱]، [۲۲]، [۲۳]، [۲۴]، [۲۵]. مؤلفه‌های مؤثر در مدل TPACK محدود به شش مؤلفه معمول آن نشده است. مؤلفه دانش متأثر از سطح میکرو (Micro level)، سطح مزو (Meso level)، و یا سطح ماکرو (Macro level)، در بافت مورد نظر به نام مؤلفه وابسته به زمینه (XK) در مدل TPACK در نظر گرفته شده است [۲۱]. چه در این نوع مدل TPACK و چه در مدل‌های شامل هوش مصنوعی تأثیر مستقیم و غیر مستقیم مؤلفه‌ها بر TPACK و AI-TPACK مورد توجه قرار گرفته است [۱۷]، [۲۰]، [۲۱]. هدف نهایی این مدل‌ها تعیین اثر مؤلفه‌ها بر دانش ترکیبی

جدول ۲: تشریح فرضیه‌ها [۱۷]

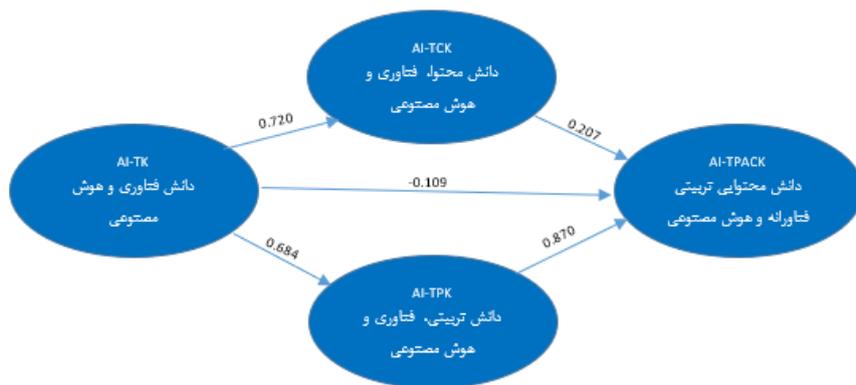
Table 2: Hypotheses [17]

شرح Description	فرضیه‌ها Hypotheses
فرض اینکه AI-TK بر AI-TCK اثر دارد. این فرض پذیرفته شده است و ضریب اثربخشی ۰/۷۲۰ است. Hypothesis that AI-TK affects AI-TCK. This hypothesis is accepted, and the effect size is 0.720.	H_{1a}
فرض اینکه AI-TPK بر AI-TPK اثر دارد. این فرض پذیرفته شده است و ضریب اثربخشی ۰/۶۸۴ است. Hypothesis that AI-TPK affects AI-TPK. This hypothesis is accepted, and the effect size is 0.684.	H_{1b}
فرض اینکه AI-TPACK بر AI-TPACK اثر دارد. این فرض پذیرفته نشده است و ضریب اثربخشی ۰/۱۰۹- است. Hypothesis that AI-TPK affects AI-TPACK. This hypothesis is rejected, and the effect size is -0.109.	H_{1c}
فرض اینکه AI-TCK بر AI-TPACK اثر دارد. این فرض پذیرفته شده است و ضریب اثربخشی ۰/۲۰۷ است. Hypothesis that AI-TCK affects AI-TPACK. This hypothesis is accepted, and the effect size is 0.207.	H_2
فرض اینکه AI-TPK بر AI-TPACK اثر دارد. این فرض پذیرفته شده است و ضریب اثربخشی ۰/۸۷۰ است. Hypothesis that AI-TPK affects AI-TPACK. This hypothesis is accepted, and the effect size is 0.870.	H_3



شکل ۳: مدل اثربخشی مؤلفه‌های AI-TPACK [۱۷].

Fig. 3. AI-TPACK elements [17].



شکل ۴: مدل پیشنهادی اثربخشی مؤلفه‌های AI-TPACK
 Fig. 4. Suggested AI-TPACK elements effectiveness model.

این تابع یک تابع کنترل بسیار مهم در مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی و پویایی است. ضرایب کلیدی در آن هر یک نقش خاصی در رفتار تابع ایفا می‌کنند. شرح این ضرایب به صورت زیر است:

- ضریب k (نرخ رشد)

○ تعریف: این ضریب نشان‌دهنده نرخ رشد تابع است. مقدار k مثبت، نشان‌دهنده رشد سریع تابع در نزدیکی نقطه میانه است. هرچه مقدار k بزرگ‌تر باشد؛ تابع به سرعت به مقدار نهایی خود نزدیک می‌شود.

○ تأثیر: اگر k بزرگ باشد؛ تابع به سرعت از صفر به ۱ تغییر می‌کند و اگر کوچک باشد؛ این تغییر به آرامی صورت می‌گیرد. به عنوان مثال، اگر مقدار k برابر یک باشد، تغییرات در تابع کنترل سریع‌تر از زمانی خواهد بود که مقدار k برابر یک دهم باشد.

- ضریب T (نقطه میانه)

○ تعریف: T نقطه‌ای است که در آن تابع به نیمه مقدار نهایی خود می‌رسد. به عبارت دیگر، وقتی زمان برابر T باشد؛ مقدار $u(t)$ برابر با 0.5 خواهد بود.

○ تأثیر: تغییر در T موجب جابه‌جایی افقی تابع می‌شود. اگر T افزایش یابد؛ تابع به سمت راست جابه‌جا می‌شود و اگر کاهش یابد؛ به سمت چپ جابه‌جا می‌شود.

- عدد e (پایه لگاریتم طبیعی)

○ تعریف: عدد e تقریباً برابر با 2.71828 است و در بسیاری از زمینه‌های ریاضی و علمی به عنوان پایه لگاریتم طبیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

○ تأثیر: در این تابع، $e^{-k(t-T)}$ به عنوان یک تابع نمایی عمل و رفتار غیرخطی را در تابع ایجاد می‌کند. این جزء به تابع اجازه می‌دهد که به صورت نرم و پیوسته از صفر تا ۱ تغییر کند.

با توجه به بازه تغییرات ضرایب این مدل دینامیکی کنترلی که همگی بین صفر و یک هستند، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که تابع چند متغیره طرف دوم مدل در شرط لپ شیتز صدق می‌کند و در نتیجه

با توجه به نتایج ارائه شده در مدل شکل ۳، سه مؤلفه شامل فناوری و هوش مصنوعی AI-TK، AI-TCK و AI-TPK هستند که بر AI-TPACK اثر دارند و در نتیجه مدل جدید را مطابق با شکل ۴ در نظر می‌گیریم. مدل دینامیکی-کنترلی برای مدل پیشنهادی در شکل ۴ را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود که در آن یک تابع کنترل از نوع رایج لجستیکی روی متغیر دانش فناوری و هوش مصنوعی به عنوان متغیر مستقل اعمال شده است تا براساس تغییرات کنترل بر روی ضریب تغییرات این متغیر، نتایج تغییرات متغیرهای وابسته میانی و در نهایت متغیر نهایی یا هدف مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد.

$$\frac{dX_1(t)}{dt} = u(t) \cdot X_1(t), \tag{1}$$

$$\frac{dX_2(t)}{dt} = \alpha_1 X_1(t), \tag{2}$$

$$\frac{dX_3(t)}{dt} = \beta_1 X_1(t), \tag{3}$$

$$\frac{dX_4(t)}{dt} = \gamma_1 X_1(t) + \gamma_2 X_2(t) + \gamma_3 X_3(t), \tag{4}$$

در این مدل $X_1(t)$ بیانگر متغیر AI-TK، $X_2(t)$ بیانگر متغیر AI-TCK، $X_3(t)$ بیانگر متغیر AI-TPK و $X_4(t)$ بیانگر متغیر AI-TPACK است که هر چهار متغیر وابسته به زمان t هستند. ضرایب در معادلات دوم، سوم و چهارم مدل بالا همان ضرایب تأثیر متغیرها است که در جدول ۲ به آن اشاره شده است. چون معادله اول مدل تغییرات متغیر اول $X_1(t)$ نسبت به زمان را بیان می‌کند و به عنوان متغیر مستقل مدل طبق مستندات تجربی مدل است؛ لذا ضریب آن در معادله اول را تحت کنترل با تابع لجستیکی

$$u(t) = \frac{1}{1 + e^{-k(t-T)}} \tag{5}$$

در نظر خواهیم گرفت تا میزان تغییرات دانش فناوری و هوش مصنوعی معلمان که همان $X_1(t)$ است را تحت کنترل انتخاب و رفتار سیستم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. در زیر به تشریح این تابع کنترل می‌پردازیم [۲۵]:

برای بررسی این خاصیت از توابع برداری چند متغیره کافی است برای هر یک از مؤلفه‌های تابع f این شرط را بررسی کنیم [۲۶]. زیرا برای هر i از ۱ الی ۴ می‌توان نوشت:

$$\|f_i(X) - f_i(Y)\| \leq L_i \|X - Y\|$$

از این نامساوی نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \|f(X) - f(Y)\|^2 &\leq \sum_{i=1}^4 |f_i(X) - f_i(Y)|^2 \\ &\leq \sum_{i=1}^4 L_i^2 \|X - Y\|^2 \end{aligned}$$

با انتخاب $L = (\sum_{i=1}^4 L_i^2)^{\frac{1}{2}}$ نتیجه مطلوب حاصل می‌شود. لذا برای برقراری شرط لیپ شتیز برای مدل (۱) کافی است عدد لیپ شتیز به‌صورت زیر انتخاب شود:

$$L = ((u(t))^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

چون تابع کنترل $u(t)$ کراندار است و علاوه بر آن همه ضرایب در طرف دوم مدل (۱) مابین صفر و یک هستند. پس تابع f در شرط لیپ شتیز صدق می‌کند و در نتیجه مدل دینامیکی کنترلی (۱) دارای جواب منحصر به‌فرد است.

شبه‌سازی عددی و یافته‌ها

در این بخش به حل عددی مدل دینامیکی با روش رونگه کوتا (Runge-Kutta) می‌پردازیم. در سال‌های اخیر روش‌های پیوندی متعددی برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معرفی شده‌است. روش‌های پیوندی مبتنی بر روش مشتقات پسر و از جمله این روش‌ها هستند [۳۱]، [۳۲]، [۳۳]، [۳۴]. برای حل معادلات حالت (State) و شبه حالت (Costate) مسائل کنترل بهینه به‌طور معمول از روش‌های صریح مثل روش رونگه کوتا و یا روش‌های مبتنی بر آنها استفاده می‌شود [۳۵]، [۳۶]. ما در این پژوهش از روش رونگه کوتا مرتبه چهار برای حل معادلات حالت استفاده خواهیم کرد. اگر چه می‌توان با حل همزمان معادلات حالت و شبه حالت مقدار بهینه تابع کنترل را به‌دست آورد و براساس آن نمودار تغییرات متغیرهای حالت را رسم کرد [۳۵]، [۳۶]. اما در این مقاله ما تابع کنترل لجستیکی را انتخاب کردیم و براساس آن تغییرات متغیرهای حالت را در مدل دینامیکی کنترلی (۱) بررسی می‌کنیم. در دو حالت الف: $k = 0.1$ و ب: $k = 0.5$ برای استفاده در تابع کنترل

$$u(t) = \frac{1}{1 + e^{-k(t-T)}}$$

با مقدار میانه $T = 5$ در بازه زمانی $[0, 10]$ مدل را حل می‌کنیم که نتایج در شکل‌های ۵ و ۶ نمایش داده شده‌است. شکل ۵ نشان می‌دهد که در حالت (الف) تابع کنترل دارای تغییرات از ۰.۴۹ الی ۰.۵۱ است و تأثیر بهتری بر رشد متغیرهای مدل در مقایسه با حالت (ب) دارد که

وجود جواب مدل قطعی است. از طرف دیگر، چون بیشتر یافته‌های آماری با خطا روبرو هستند، در این مدل می‌توان تحلیل حساسیت روی ضرایب عددی مدل که براساس داده‌های آماری جمع‌آوری شده حاصل شده‌اند، را انجام داد. در دو قضیه زیر مثبت بودن جواب مدل و وجود جواب را تحت شرایط مفروض اولیه بررسی می‌کنیم:

قضیه ۱: اگر مقادیر اولیه متغیرهای مدل (۱) مثبت باشند؛ یعنی: $X_1(0) \geq 0$ ، $X_2(0) \geq 0$ ، $X_3(0) \geq 0$ و $X_4(0) \geq 0$ در اینصورت، برای هر مقدار $t > 0$ داریم: $X_1(t) \geq 0$ ، $X_2(t) \geq 0$ ، $X_3(t) \geq 0$ و $X_4(t) \geq 0$.

اثبات: مدل (۱) را در نظر بگیریم. فرض کنید تابع کنترل $u(t) > 0$.

چون $0 = \frac{dX_1(t)}{dt} = u(t) \cdot X_1(t)$ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{dX_1(t)}{dt} - u(t) \cdot X_1(t) \geq 0.$$

با ضرب این رابطه در $e^{-\int_0^t u(h)dh}$ خواهیم داشت:

$$\frac{dX_1(t)}{dt} e^{-\int_0^t u(h)dh} - u(t) \cdot X_1(t) e^{-\int_0^t u(h)dh} \geq 0.$$

به عبارت دیگر،

$$\frac{d}{dt} (X_1(t) \cdot e^{-\int_0^t u(h)dh}) \geq 0.$$

از رابطه اخیر به‌سادگی می‌توان نتیجه گرفت که:

$$X_1(t) \geq X_1(0) e^{-\int_0^t u(h)dh}$$

در نتیجه با حفظ شرط اولیه $X_1(0) \geq 0$ ، مقدار $X_1(t)$ برای هر مقدار دلخواه t مثبت باقی می‌ماند. به همین ترتیب برای بقیه متغیرهای مدل (۱) ثابت می‌گردد که مقدار آنها برای هر مقدار دلخواه t مثبت باقی می‌مانند و قضیه اثبات می‌شود.

قضیه ۲: سیستم دینامیکی (۱) با داشتن شرایط اولیه $X_1(0) \geq 0$ ، $X_2(0) \geq 0$ ، $X_3(0) \geq 0$ و $X_4(0) \geq 0$ دارای جواب منحصر به‌فرد است.

اثبات: برای اثبات وجود جواب منحصر به‌فرد کافی است ثابت کنیم که سیستم (۱) در شرط لیپ شتیز صدق می‌کند. برای این کار مدل را به‌صورت ماتریسی بیان می‌کنیم:

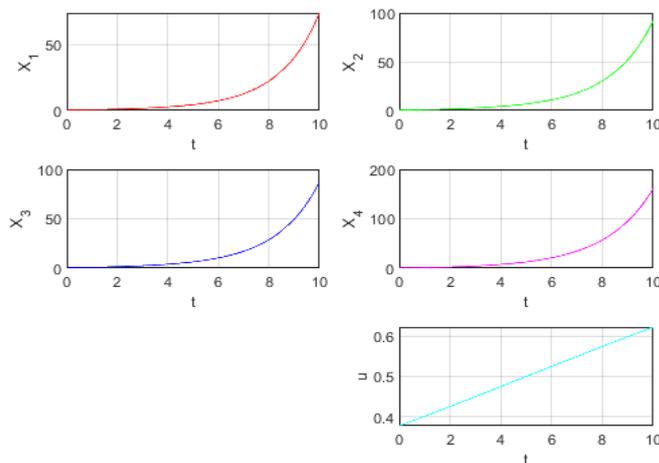
$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} = f(X(t)); \quad X &= \begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \end{pmatrix}, \quad f(X(t)) = \begin{pmatrix} f_1(X(t)) \\ f_2(X(t)) \\ f_3(X(t)) \\ f_4(X(t)) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} u(t) \cdot X_1(t) \\ \alpha_1 \cdot X_1(t) \\ \beta_1 \cdot X_1(t) \\ \gamma_1 \cdot X_1(t) + \gamma_2 \cdot X_2(t) + \gamma_3 \cdot X_3(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

برای بررسی شرط لیپ شتیز، باید نشان دهیم که برای هر دو نقطه X و Y از فضای جواب، عددی مانند $L \geq 0$ وجود دارد که

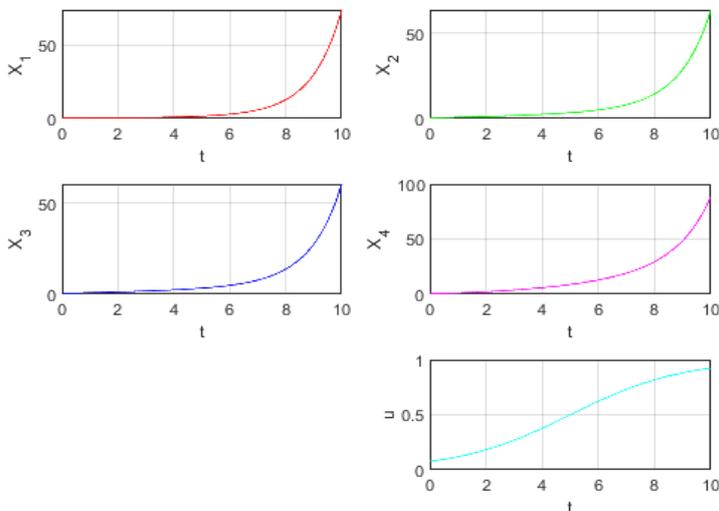
$$\|f(X) - f(Y)\| \leq L \|X - Y\|.$$

کنترل لجستیکی موجب می‌شود هر چهار مؤلفه مرتبط با مدل رشد غیرخطی داشته باشند. البته این رشد برای متغیرها یکسان نیست. در حالت (الف) همان‌طور که شکل ۵ نشان می‌دهد متغیر اول در بازه بیشتر از ۵۰ و کمتر از ۱۰۰ تغییر می‌کند و پیرو آن متغیرهای دو و سوم تا صد افزایش می‌یابند و در نهایت متغیر نهایی تا ۲۰۰ در بازه زمانی صفر تا ۱۰ رشد می‌کند. در حالت (ب) متغیر اول در بازه بیشتر از ۵۰ و کمتر از ۱۰۰ تغییر می‌کند و پیرو آن متغیرهای دو و سوم تا مرز کمتر از ۷۰ افزایش می‌یابند و در نهایت متغیر نهایی تا ۱۰۰ در بازه زمانی صفر تا ۱۰ رشد می‌کند. در هر دو حالت تأثیر مستقیم و غیرمستقیم متغیرها بر متغیر هدف یا همان دانش محتوایی تربیتی فناورانه و هوش مصنوعی کاملاً مشهود و متناسب با مدل طراحی شده است؛ اما تأثیر بهینه متغیرهای مستقل و وابسته در یک بازه زمانی مورد نظر بر متغیر هدف باید مورد توجه جدی قرار گیرد.

در آن تابع کنترل دارای تغییرات از صفر تا ۱ است. به عبارت دیگر، نگه داشتن تغییرات متغیر مستقل دانش فناوری و هوش مصنوعی (AI-TK) در نزدیکی ۵، تأثیر بیشتری در افزایش دانش فناوری و محتوا و هوش مصنوعی (AI-TCK) و دانش فناوری و تربیتی و هوش مصنوعی (AI-TPK) دارد و در نهایت بهبود دانش محتوایی تربیتی فناورانه و هوش مصنوعی (AI-TPACK) را موجب می‌شود. همچنین با توجه به نتایج نمایش داده شده در دو حالت در شکل‌های ۵ و ۶ می‌توان گفت که اعمال کنترل بر روی متغیر مستقل AI-TK لازم و ضروری است. البته برای جلوگیری از هزینه‌های زیاد توجه به مقدار بهینه کنترل بر روی آن ضروری به نظر می‌رسد. همان‌طور که شکل ۵ نشان می‌دهد با نگه داشتن مقدار تابع کنترل مدل در محدوده خیلی نزدیک ۵، نه تنها تغییرات مثبت در متغیر نهایی را که هدف اصلی است، شاهدیم؛ بلکه میزان تغییرات در این حالت خیلی بهتر از حالتی است که مقدار تابع کنترل از صفر تا ۱ تغییر می‌کند که در شکل ۶ نمایش داده شده است. استفاده از تابع



شکل ۵: تغییرات دینامیکی کنترلی مدل AI-TPACK (k=0/01).
 Fig. 5. Dynamic control changes of the AI-TPACK model (k=0/01).



شکل ۶: تغییرات دینامیکی کنترلی مدل AI-TPACK (k=0/5).
 Fig. 5. Dynamic control changes of the AI-TPACK model (k=0/5).

[5] Prensky M. Digital natives, digital immigrants' Part 2: Do they really think differently? On horizon. 2001, Nov. 1; 9(6): 1-6. <http://doi.org/10.1108/10748120110424843>

[6] Garzón Artacho E, Martínez TS, Ortega Martín JL, Marín Marín JA, Gómez García G. Teacher training in lifelong learning—The importance of digital competence in the encouragement of teaching innovation. *Sustainability*. 2020, 12(7):2852. <https://doi.org/10.3390/su12072852>

[7] Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF). Marco de Competencia Digital; Ministerio de Educación: Ciencia y Deportes, Madrid, Spain, 2017. [Google Scholar]

[8] Ferrari, A. Digital Competence in Practice: An Analysis of Frameworks; European Commission Joint Research Centre (JRC): Seville, Spain, 2012. [Google Scholar]

[9] Alizadehjamal M, Shahvarani A, Iranmanesh A, Tehranian A. [The effect of mathematical education based on TPACK model on changing teachers' beliefs]. *Tech. Edu. J.* 2020; 14(3): 591-602. <http://dx.doi.org/10.22061/jte.2019.4990.2148>

[10] Koehler, M. J. & Mishra, P. Introducing technological pedagogical content knowledge. In AACTE committee on innovation and technology (Eds). *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators*, 2008, pp. 3-29. New York: Routledge.

[11] Koehler, M., & Mishra, P. What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 2009, 9(1), 60-70.

[12] Wijaya, T.T.; Weinhandl, R. Factors Influencing Students' Continuous Intentions for Using Micro-Lectures in the Post-COVID-19 Period: A Modification of the UTAUT-2 Approach. *Electronics* 2022, 11, 1924.

[13] Luckin, R., George, K., & Cukurova, M. AI for school teachers. 2022, CRC Press.

[14] Luan, H., Geczy, P., Lai, H., Gobert, J., Yang, S. J., Ogata, H., ... Tsai, C. C. Challenges and future directions of big data and artificial intelligence in education. *Frontiers in Psychology*, 2020, 2748. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.580820>

[15] Chen, X., Zou, D., Xie, H., & Cheng, G. Twenty years of personalized language learning: Topic modeling and knowledge mapping. *Educational Technology & Society*, 2021, 24(1), 205–222.

[16] Jobirovich, Y.M. The Role of digital technologies in reform of the education system. *Am. J.Soc. Sci. Educ. Innov.* 2021, 3, 461–465.

[17] Yimin Ning, Cheng Zhang, Binyan Xu, Ying Zhou and Tommy Tanu Wijaya. Teachers' AI-TPACK: Exploring the relationship between knowledge elements sustainability, 2024, 16, 978. <https://doi.org/10.3390/su16030978>

[18] Kong, S.-C.; Lai, M.; Li, Y. Scaling up a teacher development program for sustainable computational thinking education:

نتیجه‌گیری

امروزه پژوهش‌های متعددی در خصوص دانش محتوایی - تربیتی و دانش محتوای - تربیتی فناورانه معلمان انجام می‌شود [۳۷-۳۸]. بی‌تردید ورود هوش مصنوعی در حوزه آموزش و یادگیری موجب توسعه مدل‌های مربوط به این نوع دانش معلمان شده است [۱۷]، [۲۰]. طراحی مدل دینامیکی کنترلی برای دانش محتوایی- تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی و تجزیه و تحلیل رفتار آن مدل براساس شبیه‌سازی عددی که هر دو از اهداف پژوهش حاضر بود، با توجه به یافته‌های پژوهش محقق شد. در اغلب پژوهش‌های انجام گرفته در سال‌های اخیر مدل‌سازی آماری در خصوص دانش محتوایی - تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی انجام گرفته است. اما، در این پژوهش، مدل دینامیکی کنترلی آن طراحی شد و سپس شبیه‌سازی عددی آن در محیط نرم‌افزار متلب انجام گرفت. این مدل می‌تواند برای برنامه‌ریزی دقیق و کنترل‌شده در توسعه صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان و دانشجو-معلمان در عصر هوش مصنوعی و فناوری‌های نوظهور مفید و مؤثر واقع شود. همچنین، با استفاده از مدل طراحی شده می‌توان تجزیه و تحلیل اثر متقابل مؤلفه‌های دانش محتوایی- تربیتی فناورانه مبتنی بر هوش مصنوعی را با استفاده از شبیه‌سازی عددی برای شرایط مختلف آموزش معلمان انجام داد.

تشکر و قدردانی

از همه کسانی که در تهیه داده‌ها و منابع مورد نیاز همکاری کرده‌اند و نیز افرادی که در ویراستاری راهنمایی داشته‌اند، قدردانی می‌شود.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسنده بیان نشده است.»

منابع و مآخذ

- [1] Cleary, Yvonne. Fostering communities of inquiry and connectivism in online technical communication programs and courses. *Journal of Technical Writing and Communications*. 2021, 51(1): 11-30 <https://doi.org/10.1177/0047281620977138>
- [2] Bakhshi Khilgavani V., Aliabadi K., Nili M.R., Borzoian S., Delavar A. Exploring the elements of the educational model for connectivism teaching-learning environment. *Tech. Edu. J.* 2023, 17(4): 837-848 <http://doi.org/10.22061/tej.2023.9623.2873>
- [3] Barnett, John, McPherson, Vance and Sandieson Rachel M., Connected teaching and learning: The uses and implications of connectivism in an online class. *Australasian Journal of Educational Technology*. 2013, 29(5): 685-698
- [4] Seimens G. Connectivism: A learning theory for the digital age. *International journal of Industrial Technology and Distance Learning*. 2005; 2(1): 3-10

- [30] Eriksson, K., Johnson, C., Estep, D. (2004). Vector-valued functions of several real variables. In: Applied Mathematics: Body and Soul. Springer, Berlin, Heidelberg.
https://doi.org/10.1007/978-3-662-05800-8_1
- [31] M. Ebadi and M. Y. Gokhale, Solving nonlinear parabolic PDEs via extended hybrid BDF methods, Indian J. Pure Appl. Math. 2014, 45(3), 395-412.
- [32] M. Ebadi and M. Y. Gokhale, Class 2+1 hybrid BDF-like methods for the numerical solutions of ordinary differential equations, Calcolo, 2011, 48(4), 273--291.
- [33] M. Ebadi and M. Y. Gokhale, Hybrid BDF methods for the numerical solutions of ordinary differential equations, Numer. Algorithms, 2010, 55, 1--17.
- [34] Ebadi, M., Shahriari, M. A class of two stage multistep methods in solutions of time dependent parabolic PDEs. Calcolo, 2024, 61, 4.
https://doi.org/10.1007/s10092-023-00557-x
- [35] Ebadi, M., Malih maleki, I., and Ebadian, A. New class of hybrid explicit methods for numerical solution of optimal control problems, IJNAO, 11(20) (2021), 283-304.
Doi:10.22067/ijnao.2021.67961.1005
- [36] Ebadi, M., Malih maleki, I., Haghighi, A.R., and Ebadian, A. FBSM solution of optimal control problems using hybrid Runge-Kutta based methods, J. Math. Ext., , 2021, Vol. 15, No. 4(14), 1-35. https://doi.org/10.30495/JME.2021.1641
- [37] Ebadi, M., Seraji, F., & Bakhtiari, A. Competencies in teaching math with an IT- based approach: A comparison between student-teachers and article 28 trainees. Quarterly Journal of Economics, 2023, 38(4), 29--48. URL. [In Persian]
- [38] Ebadi, M. & Karami, Z. The impact of technology-based mathematics education on the development of pedagogical content knowledge (PCK) among elementary education student-teachers. Interdisciplinary Studies in Education, 2024, 3(4), p.5-34. https://doi.org/10.22034/ISE.2025.17935.1163
- TPACK surveys, concept tests and primary school visits. Comput. Educ. 2023, 194, 104707.
- [19] Elmaadaway MAN, Abouelenein YAM. In-service teachers' TPACK development through an adaptive e-learning environment (ALE). Educ Inf Technol (Dordr). 2022, Dec 20:1-26. doi: 10.1007/s10639-022-11477-8
- [20] Ismail Celik, Towards Intelligent-TPACK: An empirical study on teachers' professional knowledge to ethically integrate artificial intelligence (AI)-based tools into education, Computers in Human Behavior, 2023, Volume 138, 107468, https://doi.org/10.1016/j.chb.2022.107468.
- [21] Li, M., Li, B. Unravelling the dynamics of technology integration in mathematics education: A structural equation modelling analysis of TPACK components. Educ Inf Technol, 2024, 29, 23687--23715.
https://doi.org/10.1007/s10639-024-12805-w
- [22] Voogt, J., Fisser, P., Pareja Roblin, N., Tondeur, J., & van Braak, J. Technological pedagogical content knowledge - a review of the literature. Journal of Computer Assisted Learning, 2013, 29(2), 109--121.
https://doi.org/10.1111/j.1365-2729.2012.00487.x
- [23] Mishra, P. Considering contextual knowledge: The TPACK diagram gets an upgrade. Journal of Digital Learning in Teacher Education, 2019, 35(2), 76--78.
https://doi.org/10.1080/21532974.2019.1588 611
- [24] Mishra, P., & Koehler, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. Teachers College Record, 2006, 108(6), 1017--1054.
https://doi.org/10.1111/j.14679620.2006.00684.x
- [25] Mishra, P., Warr, M., & Islam, R. TPACK in the age of ChatGPT and generative AI. Journal of Digital Learning in Teacher Education, 2023, 39(4), 235--251.
https://doi.org/10.1080/21532974.2023.22 47480
- [26] Amine El Bhih, Youssef Benfatah, Habib Hassouni, Omar Balatif, Mostafa Rachik, Mathematical modeling, sensitivity analysis, and optimal control of student awareness in mathematics education, Partial Differential Equations in Applied Mathematics, 2024, Volume 11, 100795,
https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.100795.

معرفی نویسنده

AUTHOR(S) BIOSKETCHES



موسی عبادی دانشیار گروه آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان می‌باشند. ایشان دارای مدرک دکترای تخصصی در ریاضی کاربردی و فارغ‌التحصیل از دانشگاه پونا در سال ۱۳۹۱ می‌باشند. ایشان موفق به اخذ گواهی‌نامه آموزش پژوه موفق از دانشگاه‌های فرهنگیان و

بوعلی سینا پس از گذراندن فرصت پژوهشی تربیت حرفه‌ای در خصوص کاربرد نرم‌افزارهای تخصصی در آموزش ریاضی در سال‌های ۱۳۹۷ الی ۱۳۹۸ شدند و در سال ۱۴۰۳، در جشنواره ملی پژوهش و فناوری دانشگاه فرهنگیان عنوان فناور شایسته تقدیر را کسب نمودند. تولید ۷ محصول فناورانه مورد تأیید پارک علم و فناوری گیلان با TRLهای هفت

- [27] Divya G., Athithan S., et al. Modeling and stability analysis of substance abuse in women with control policies Partial Differ Equ Appl Math, 2024, 2666-8181, 9,
- [28] Ullah A., Sakidin H., Gul S., et al. Mathematical model with sensitivity analysis and control strategies for marijuana consumption Partial Differ Equ Appl Math, 2024, 2666-8181, 10.
- [29] Brijesh P. Singh, Chapter 9 - Modeling and forecasting the spread of COVID-19 pandemic in India and significance of lockdown: A mathematical outlook, Editor(s): Arni S.R. Srinivasa Rao, C.R. Rao, Handbook of Statistics, Elsevier, Volume 44, 2021, Pages 257-289.
https://doi.org/10.1016/bs.host.2020.10.005.

تولید نرم‌افزار تخصصی تخته هوشمند پیشرفته، خلاصه‌ای از فعالیت‌های علمی و پژوهشی نامبرده است. زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: شبیه‌سازی عددی مسائل کنترل بهینه، حل عددی معادلات دیفرانسیل، فناوری در آموزش و آموزش معلمان.

Ebadi, M. Associate Professor, Applied and Computational Mathematics, University of Farhangian, Tehran, Iran

✉ m.ebadi@cfu.ac.ir

و چهار، تألیف ۱۶ عنوان کتاب درسی دانشگاهی، تألیف بیش از ۵۴ عنوان مقاله چاپ شده در مجلات معتبر و یا ارائه شده در کنفرانس‌های بین‌المللی و ملی، راهنمایی پایان‌نامه یک دانشجوی دکتری در کنترل بهینه در سال ۱۴۰۰، راهنمایی پایان‌نامه یک دانشجوی دکتری در آموزش ریاضی در حال حاضر، دبیری علمی ۷ کنفرانس بین‌المللی، ملی و جشنواره و داشتن یک مورد ثبت اختراع در حوزه فناوری آموزشی و

Citation (Vancouver): Ebadi M. [Numerical Simulation of the dynamic-control model of technological pedagogical content knowledge based on artificial intelligence]. *Tech. Edu. J.* 2025; 19(3): 799-810

 <https://doi.org/10.22061/tej.2026.11312.3179>

